转化思想在初中数学解题教学中的运用分析

冉雪
西藏自治区昌都市洛隆县中学　西藏　昌都　855400

[摘　要]数学思想方法是经过总结、归纳、推理、论证后对客观事物本质及内在联系的全面认知以及解决问题中所有思维方式的统称。数学思想方法为数学之灵魂与精髓，在初中数学解题教学中渗透以转化思想为代表的数学思想方法，可以达到“授人以渔”的教学效果。基于此，文章以实际例题为支撑，结合教学经验从未知化已知、抽象化具象、正向化逆向、特殊化一般、代数化几何五大方面探究转化思想在初中数学解题教学中的运用策略。

[关键词]转化思想；初中；数学；解题教学
【DOI】10.12252/j.issn.2096-6261.2021.09.2079

“最近发展区”理论指出，个体具有两大能力发展阶段，其一为在教师指导及帮助下解决问题的“已有发展区”，其二为独立自主解决问题的“可能发展区”。该理论视域下，初中数学解题教学的本质在于推进学生由“已有发展区”向“可能发展区”的迁移，除要求学生具备扎实的数学知识基础、能够分析及思考数学问题之外，还需要学生围绕问题情境，调动自身知识储备及认知反应结构，运用适宜、高效且科学的数学思想方法自主解决一类问题。化归思想是对问题进行转化继而找到解题思路、得出结论的思想，也是数学基本思想方法之一。因此，教师需要结合初中数学教学内容、初中生当下思想水平及思维能力，对数学问题进行分类讲解，逐步渗透化归思想，以此帮助学生掌握解题方法，学会举一反三。

1.未知化已知，探寻解决问题的最优路径

将未知条件转化为已知条件，是解决数学问题中最为基本的转化策略之一。在解题教学中，教师要有意识地引导学生仔细阅读题干，找寻其中熟悉的关键信息，促使学生将题干信息与已有的数学知识、解题经验挂钩，通过指导学生在特定条件下将已知与未知进行相互转化以助其探寻解决数学问题的最优路径[1]。

例1：$a^2+8a+2b+b^2+17=0$，求a^2+b^2的值。

在解决上述问题时，学生最基本的思路为求出a、b的值，再计算出a^2+b^2的值。思路正确，但二元二次方程与学生固有认知产生冲突，部分学生在阅读题干后便产生畏难心理，认为该题目超出大纲范围，自己没有能力予以解决。实际上，上述题干是两个二元一次方程的组合，经过简单的转化后便可以发现其规律，列出式子后问题便可迎刃而解。在教授该例题时，教师请学生思考同类项相关知识，形成“看到同类项便合并”的转化思维，将原式转化为：（$a^2+8a+16$）+（b^2+2b+1）$=0$，再利用完全平方公式将其转化为：

$(a+4)^2+(b+1)^2=0$。得出a+4=0，b+1=0；a=-4，b=-1；$a^2+b^2=17$

上述问题指向完全平方式的多种应用，需要学生具备知识基础后将式子转化为多个完全平方式的组合，将看似陌生的“二元二次方程”转化为熟悉的二元一次方程，以此得出正确的结论。

2.抽象化具象，克服思维的呆板性

初中数学问题较为复杂，通常以抽象的语言对条件进行描述，需要学生从中探索出数量关系及数学模型，对于初中生而言难度较大。因此在数学解题教学中教师要指导学生运用转化思想，将抽象的题干语言转化为直观、具体的图像，将问题转化为求解某一点的坐标或是某一图形的面积，以此帮助学生克服思维的呆板性，提升其数学思维的敏锐性与灵活性[2]。

例2：如图1，已知一次函数y1=x+m（m为常数）的图像与反比例函数$y2=\frac{k}{x}$（k≠0）的图像相交于点A（1，3）。①求这两个函数的解析式及其图像的另一交点B的坐标；②写出y1>y2的自变量取值范围。

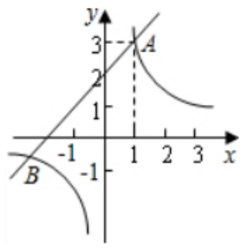

图 1

对于初中生而言，运用代入法求解一次函数及反比例函数解析式较为简单，学生表现良好。在解决问题①第二小问时，教师需要指导学生将求解图像交点这一抽象性的问题，转化为求解两个函数联立组成方程组以求得另一组解，即B（-3，-1），可以让学生直观感受到函数图像交点与代数式解之间的关系，让学生在面对此类问题时可以找准一般规律并探索解题的方法。

在解决问题②时，教师可以请学生结合问题①的解决方法自主思考如何将自变量的取值范围这一抽象性的概念转化为直观的图形。当学生思考后会发现，y1>y2，即一次函数图像在反比例函数图像之上，以两个函数图像的交点为基础，无需计算便可求得结果：-3<x<1。

对于上述蕴含转化思想的数学问题，教师要开拓学生思路，引导学生建立数与点、数与形之间的关系，使学生可以探索出更加直观的数学问题解决方法。

3.正向化逆向，突破思维定式

初中生在解决数学问题时的思维以正向思维为主，即习惯于直接应用数学概念定义、概念性质、数学公式、数学原理等。产生此种现象的主要原因在于在传统的解题教学中，教师通常直接揭示解题方法，导致学生产生依赖心理，陷入思维定式中。转化思想视域下，初中数学解题教学要轻解题结果，重解题过程，循序渐进地发散学生思维，让学生可以借助灵活的思维方式分析与解决问题[3]。

例3：给定半径为r的圆上过定点P的切线l，由此圆上动点R作RQ垂直于l交l于点Q，试确定面积最大的ΔPQR。

在解决例3时，大部分学生会从已知条件入手，借助数学原理、公式等基础知识推导出相应的结论，再将结论与问题靠拢。但在上题中R点不确定，难以直接求得ΔPQR的最大面积，这就需要学生具备逆向思维能力，从ΔPQR面积最大时

R点的位置逆向推导出ΔPQR的形状。教师可以利用多媒体直观演示R点运动下所成ΔPQR面积的变化规律，引导学生作辅助线并求解问题。即作RS//l交圆于点S（如图2所示），当ΔPRS为圆的内切正三角形时，ΔPRS面积最大，过点P向RS作垂先，交RS于点T，根据已知条件可得四边形PQRT为矩形，

$S_{\Delta PQR}=S_{\Delta PRT}=\frac{1}{2}S_{\Delta PRS}$,此时ΔPQR面积最大，再结合圆内切正三角形的性质可以求得ΔPQR最大面积为$\frac{3}{8}\sqrt{3}r^2$。

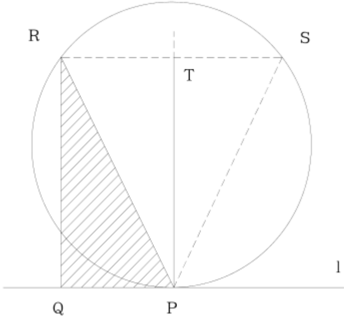

图 2

动点问题历来是初中数学解题教学的重难点，教师需要以多媒体为学生搭建思维“支架”，逐步培养学生抽象思维、转化思维以及空间想象力，再指导学生综合运用几何知识，采用逆向思维方式确定满足条件的动点位置，由该位置点与图形的性质反推出结论，继而帮助学生突破思维定式，强化学生解题能力。

4.特殊化一般，找寻解题的有效方法

特殊化一般，即在难以处理及解决特殊问题时，将其转化为一般情形，通过解决一般情形以推导出特殊问题的结论。初中生数学基础较为薄弱，尚未参透数学思想方法，在面对特殊问题时很容易产生畏难心理，这就需要教师采用鼓励、激励的教学方式，帮助学生树立学习信心，使学生感受到解决数学问题并不困难，以此提升学生解题意识与技巧[4]。

例4：如图3，在圆柱形容器中，高为1.2m，底面周长为1m，在容器内壁距离底部0.3m的点B处有一蚊子，此时点A处的壁虎离容器上沿0.3m位置捕捉虫子，则壁虎捕捉蚊子的最短距离为?

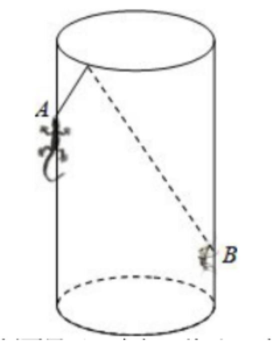

图 3

解决该问题应用到学生小学阶段便熟悉的数学规律，即两点之间线段最短，而壁虎由外壁爬行至内壁到达蚊子处经过曲面，这就需要教师指导学生在不改变已知条件的情况下将曲面转化为平面，应用的是圆柱体的平面展开图知识，结合已知条件及问题情境，学生经过分析后可以发现，所转化的平面为圆柱体“切开”后一半的展开图。（如下图4所示）

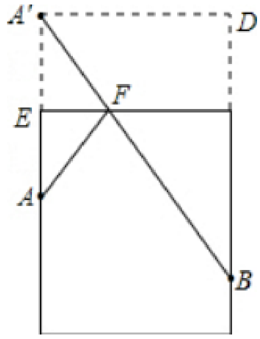

图 4

这就将曲面上最短路径问题转化为平面上的最短路径问题。即延长AE到点A’，使AE=AE’，则AF+FB=A’B，过点B作垂直于EA延长线的线段BD’，交EA延长线于点D’，则

A’B=$\sqrt{AD'^2+BD^2}=\sqrt{1.2^2+0.5^2}=1.3m$。

对于特殊化一般问题的解决，教师可以开展动手实践活动，请学生简单制作圆柱体，模拟壁虎捕捉蚊子的运动轨迹，感受曲面与平面间的关系，调动小学阶段学习的最短路径问题解决方法，可以让学生对此类问题的解决思路形成深刻印象，并且做到举一反三。

5.代数化几何，提升信息的直观性

代数化几何是转化思想与数形结合思想的有机整合，通过对数学图形语言的灵活运用将代数问题转化为几何问题，契合初中生的思维特点与认知规律，可以提升题干信息的直观性，进而逐步提高学生的解题能力。

例5：今年6月11日，我省九个地区最高气温与最低气温如图所示，则这九个地区该天的最高气温众数为（）

A、27℃　B、29℃　C、30℃　D、31℃

此为一道简单的选择题，学生可以直接列出九个地区的最高温度，再选择出现次数最多的最高温度，但解决问题的过程较为繁琐，当面对大量数据时单纯依靠代数形式将会降低学生解题效率。因此，教师可以指导学生将样本数据的分布规律及变化形式等在数轴上表示，以图形辅助学生对数据进行分析。主要方法为快速浏览所给图像内九省的最高气温，在数轴上分别表示27℃、29℃、30℃、31℃，再按照一定的顺序观察图像，在数轴上方以“1”代表数据出现的次数，无需累加，直接观察“1”的个数便可以分辨出改组数据的众数。此种将代数转化为图形的问题解决策略更加清晰、简洁，可以避免学生遗漏数据或重复计算，有助于学生查找数据中的众数、中位数等，教师可以围绕初中数学基础知识对此种转化思维的运用进行专项训练，让学生逐步领会转化思想的要义。

结束语

转化思想是数学基本思想方法之一，可以将抽象问题、特殊问题、复杂问题具象化、一般化与简单化。因此在初中数学解题教学中，教师需要以数学知识为基础，以例题或练习题为载体，以自主解题为核心逐步渗透转化思想，使学生逐步掌握该思想方法的要义并迁移至实际做题中，以此提高学生解题效率及能力。

参考文献

[1]丁帮琴.转化思想在初中数学解题教学中的运用[J].试题与研究，2021(30)：15-16.

[2]王丽娜.巧妙转化，化繁为简——转化思想在初中数学解题教学中的应用[J].数学学习与研究，2021(16)：71-72.