

在数学教学中揭示数学概念的本质

马晓迪

(山西省实验中学 山西 太原 030006)

【摘要】中学数学教学应该呈现数学的本质,感悟数学的精神,应该跳出题海,回归本源,切实提高学生的数学素养,实现“知识与技能、过程、方法与解决问题的能力,以及学生的情感、态度与价值观”的和谐发展。

【关键词】数学本质; 数学教学; 数学概念

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6288.2020.09.605

问题提出

中学数学课堂教学一般比较重视数学技能的训练,即使在新授课上,教师对新知识的讲授也总是一带而过,很快便进入讲例题、做练习阶段。“精讲多练”已成为数学课堂教学的主要形式。对学生而言,这种做法的必然结果是:强化了技能操作,却忽视了对数学基本原理和数学思想方法的理解掌握。忽视了对数学本质的理解,对数学的认识只停留在一个较低的水平。

高中新课程标准的课程基本理念提出:“高中数学教学以发展学生数学学科核心素养为导向,创设合适的教学情境,启发学生思考,引导学生把握数学内容的本质。提倡独立思考、自主学习、合作交流等多种学习方式,激发学习数学的兴趣,培养良好的学习习惯,促进学生实践能力和创新意识的发展”这一理念要求教师在教学中要揭示数学本质,在课堂教学中要坚持让学生“知其然更要知其所以然”。华罗庚指出:善于退,足够的退,退到最原始而不失重要的地方是学好数学的诀窍。在课堂教学中要引导学生在遇到困难时回归课本,回归定义,只有让我们的课堂更加重视知识的发生过程,让学生真正意义上参与到这一过程中去,真正意义上的解放学生,才能真正的培养学生的有效思维。

一、数学的本质是什么

数学的本质是什么?这是一个数学哲学问题。对这个问题,没有一个统一的答案。人们从不同的角度看数学,便对数学的本质有不同的认识:从数学的学科角度看,数学是模型;从数学的表现形式看,数学是符号;从数学对人的指导看,数学是方法;从数学的应用价值看,数学是工具;从数学的过程看,数学是推理运算;从数学的文化角度看,数学是一种基本的文化素养;从数学的学科特点看,数学具有三大特征:高度的抽象性,逻辑的严密性与结论的精确性,还有应用的广泛性;从数学的学术形态上看,数学是经过逻辑加工的严谨的演绎系统,形式枯燥,给人一种冷冰冰的感觉;但从数学的教育形态看,数学却融合着“火热的思考”和“生动的过程”。高中数学教学以发展学生数学学科核心素养为导向,创设合适的教学情境,启发学生思考,引导学生把握数学内容的本质,提倡独立思考,自主学习,合作交流等多种学习方式,激发学生学习数学的兴趣,促进学生实践能力和创新能力的发展。引导学生感悟数学的科学价值、应用价值和审美价值。我们在课堂教学中强调的数学本质,其内涵一般包括:数学知识的内在联系;数学规律的形成过程;数学思想方法的提炼;数学理性精神的体验等方面。

二、揭示数学本质的重要性

数学的发展表明对数学“完全形式化”是不可能的,数学与生活的联系日益密切,数学的探索过程越凸显,生动活泼的数学思维活动越应该为学生所认识和体验。因此,高中数学教学应该努力揭示数学概念、法则、结论的发展过程和本质,揭示人们探索真理的艰辛与反复。数学教学要通过典型例子的分析和学生自主探索活动,使学生理解数学概念、结论产生的背景和逐步形成的经历,体会蕴含在其中的思想,体验寻找真理和发现真理的方法,追寻数学发展的历史足迹。

有这样的一个教学场景:全班同学抛硬币,每人各抛100次,再一个个相加,求硬币正面朝上的概率。这个情景虽然热闹,但却忽视了频率趋近于某个稳定值的过程,又忽视了频率和概率的本质区别。这样的情景只是形式上的花架子,既浪费了时间,又没有揭示数学的本质。

新课标强调了数学的发展是一个充满观察、实验、归纳、类比、猜测和反思的探索过程,这种强调十分必要。但是我们还应该认识到,数学不同于物理、化学等其他实验性科学,仅仅有上述的探索过程还不够,数学还有自己的特色,即数学的思维方式,数学以其抽象性及其公理演绎系统,为学生提供了一个逻辑推理的平台,中学数学教学应该是思维的教学,应该逐步引导学生养成理性思维的习惯,培养学生的理性精神。

北京大学的张顺燕教授曾经说过:教学有三个境界,即授人以业、授人以法、授人以道。授人以业就是韩愈说的“授业”,即传授知识给学生,这是教学最基本的要求,强调了所授知识的准确性问题;授人以法,就是教给学生学习方法,使他们学会学习,强调了所学知识的深刻性问题;授人以道,就是孔子所说的

“吾道一以贯之”,也就是我们的教学不但要使学生达到知识与方法的融会贯通,而且要把数学的思想方法、本质规律以及内部联系等“灵魂”性的东西揭示出来,并内化给学生,使他们形成能力,为他们的终身发展打下基础,强调了所授知识的数学本质问题,显而易见,教学的最高境界是“授人以道”。

三、如何在数学教学中揭示数学本质

高境界的数学教学必须揭示数学本质。那么在数学教学中如何才能做到揭示数学本质呢?我认为教师最重要的是要做好以下两点

(一)透彻地领悟教材

教材为学生的学习活动提供了基本线索,教材是课程的重要资源,是教师教学的依托,是实现教学目标的依据。“用教材教”,教师就要先“入”教材,再“出”教材。没有对教材的“深入”,也就没有对教材的“浅出”。教师对教材钻

研的越深,悟出来的道理就越透彻,对教材的把握就越准确,设计出来的教学就会越厚重。“教师对教材的领悟必须有自己的眼光,眼光要深邃,看到的不能只是文字、图标和各种数学公式、定理、法则,而应是书的纤维中跳跃着的真实而鲜活的思想。这种思想就是对数学本质的认识,这种思想给人的感觉就是‘不在书里,就在书里’。”

教师只有用心钻研教材,才能准确地理解教材的编写意图,把握所教授内容的数学本质,从而创造性地使用教材,并在此基础上设计有效的数学活动,将教材中的知识重新“激活”,实现书本知识与人类生活世界的沟通,与学生经验、成长所需要的沟通,与发现、发展知识的人和历史的沟通,使知识恢复到鲜活的状态,呈现出生命的活力。教师在把握了教学内容的数学本质以后,也会自然地把注意力从“研究教材”转向“研究学生”,从而实现由“教书”到“育人”的转变。

(二)有效地预设活动

数学有三种形态:原始形态、学术形态和教育形态。原始形态是指数学家在探索发现数学真理(或事实)时所进行的曲折、复杂的数学思考;学术形态是指数学家对探索、发现的数学真理(或事实)进行归纳、整理形成文本材料后的一种形态,它呈现出的是“简洁的、冰冷的形式化美丽”;教育形态是指教师通过自己的设计,将学术形态的数学知识有效地“激活”,使学生在学数学时,能够模仿数学家那样进行“火热的思考”,它是介于原始形态和学术形态之间的一种形态。

教材中呈现的数学知识是形式化的(准确的定义,有逻辑的演绎,严密的推理),这种学术形态的数学知识,会使学生感到数学是一个个公式、定理、法则、符号、题目的堆积,“它像石塑一般——充满着理性精神的美却显得冰冷和生硬”。但事实上,当我们翻开人类的数学思想史就会发现:在数学“冰冷的逻辑推理之中有一大堆生动的故事”,其“冰冷美丽”的外表下存在着“朴素而火热的思考”。作为数学教师,要想拉近数学与学生的距离,让学生感受到数学的火热,享受数学中生动的故事,就要把数学从学术形态“返璞归真”为教育形态。要实现“返璞归真”,教师在教学中必须以有效的数学活动为支撑,让学生在数学活动中进行“火热的思考”和主动建构,充分的欣赏和感受数学的美丽和魅力。

强调对数学本质的理解,必须从重视数学概念的教学开始。数学概念是对客观世界的数量关系、空间形式或结构关系的特征概括,是对一类数学对象的本质属性的反映。数学概念是数学基础知识的核心,是数学推理和论证的要素,是学好数学知识和培养数学能力的关键。因此搞好数学概念的教学具有十分重要的意义。

数学概念的教学关键是概念的引入和辨析,新课标指出:概念教学中要引导学生经历从具体的实例抽象出数学概念的过程。因此引入数学概念,要以具体的典型材料和实例为基础,揭示概念形成的背景,帮助学生完成由材料感知到理性感知的过渡,并引导学生把背景材料与原有认知结构建立实质性联系。

例如:“数列极限”的概念,可从战国时期庄周提出的“一尺之竿,日取其半,万世不竭”引入。让学生把每天剩余的木棍长度和已砍去的木棍长度写成两个数列,并把它们的各项都标在数轴上,引导学生归纳两个数列的共同特征:(1)都是无穷数列;(2)随着项数的无限增大,数列的项趋近于一个常数。从而引出数列极限的定义。

对概念定义后,还必须让学生掌握概念的内涵和外延,帮助学生内化概念,建构新的知识体系。因此教师要引导学生仔细阅读概念的定义,对定义旁敲侧击。例如:在引进数列极限的概念后,要引导学生抓住关键字眼“无限增大”“无限趋近”和“某个常数”逐一加以分析,进而让学生观察一些具体数列是否存在极限,再由此得到一些相关结论。有时还要通过变式、对比、应用和引申来加深对概念的理解,促进融会贯通。

总之,数学教学要抓住本质,让数学思维自然地流淌。数学本质是数学的真谛,揭示数学本质是数学教学的灵魂。“揭示数学本质,发展思维能力”是数学教学永恒的主题。

参考文献

- [1]胡凤娟,吕世虎,张思明,王尚志.《普通高中数学课程标准(2017年版)》突破与改进[J].人民教育,2018(09):56-59.
- [2]叶穗.基于数学核心素养的高中数学概念教学模式的改进研究[D].西南大学,2020.
- [3]刘奕奕.高中数学核心概念教学中数学核心素养的培养研究[D].哈尔滨师范大学,2019.
- [4]刘畅.数学抽象核心素养视角下的数学概念教学研究[D].陕西师范大学,2019.
- [5]林焯.中学数学教学要注重数学本质的呈现[J].数学通报,2009,48(08):45-48.

作者简介:

马晓迪(1986.8-),女,汉族,河北邢台人,本科,一级教师,研究方向:高中数学教学。