

谈高中数学对学生逆向思维的培养

朱琼芳

(开远市第四中学 云南 开远 661699)

[摘要]高中数学是初中数学的进阶提升,因此可以将其视为高等数学的奠基课程。由于初等数学中大量的正向解题思路,容易导致学生在进入高中阶段的学习过程中,对灵活多变的题型题目茫然无措。在传统的教学方法中,逆向思维解决问题比较少,但也因此造成学生感慨高考改革普遍感觉题型较难,究其原因是学生的灵活运用能力欠缺,没有掌握逆向思维解题的技巧。因此,教师有必要通过集中有效、科学系统训练帮助学生培养逆向思维。

[关键词]高中数学;逆向思维;能力培养

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6288.2021.03.525

前言

数学进入高中阶段学习后,学习难度明显上升,教师教学节奏也在逐步加快。学生的综合素养能否得到有效提升进而适应各阶段的考试,是摆在老师面前的一个问题。长期以来正向的数学教授模式容易给学生形成思维定势,不利于重点难点知识活化利用。培养学生的逆向思维则可以有效锻炼学生的知识的综合运用水平。本文以高考实战应用为导向,结合课本知识和相关例题,就如何提高高中生数学学习的逆向思维,提出若干有效建议,供数学教职人员参考交流。

一、基于概念训练思维

高中数学的概念学习很多时候是具备充要条件的,即前后条件可以互相推出。然而在平常的随堂练习过程中,学生往往习惯从左往右练习,教师也不会善于倒推理解运用基础概念。这就导致了概念运用过程中僵化,解题思路单一。因此,教师在教课过程中,在学生理解掌握基本概念基础上,要善于培养学生从反方向利用基本概念。这里以一道典型例题分析:已知 A_1 和 A_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} (a > 0, b > 0)$ 的两个基础焦点,要保证线段 A_1A_2 为边长建立等边三角形 BA_1A_2 ,若是 BA_1 的中点在双曲线上,则双曲线基础离心率是多少?在解题之前,教师要引导学生对双曲线的概念进行系统回溯,强化记忆。由题意学生可以分析出 $\triangle BA_1A_2$ 为等边三角形,同时可以知道 BA_1 的边的中点位于双曲线上,因此可以大胆假设 Z 为 BA_1 的中点,构建一个基础角 $\angle ZA_1A_2 = 90^\circ$,那么另外一个角为 $\angle ZA_1A_2 = 60^\circ$,故而可以得到 $|ZA_2| = \sqrt{3}c$, $|ZA_1| = c$ 。推导出上述结论后,结合双曲线概念,可知道 $2a = |ZA_2| - |ZA_1| = (\sqrt{3}-1)c$,进一步运用双曲线公式可列式子: $\frac{c}{a} = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$ 。回看本题,教师在针对学生学习双曲线定义的理解时,要图文结合,注意让学生透过概念的逆运用来训练逆向思维,进而培养数学学习能力。

二、教师引导公式逆用

除了常见的概念应用外,高考还会考到以三角函数为核心的某些变形公式。这些公式考察方式灵活,学生一旦只会死记硬背的去记忆,不仅不能达到灵活应用,而且还容易背诵错误。如经典的公式 $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$ 。教师引导学生做题过程中,要适当的改变条件,转换思路,以问题条件反置形式,用结论推到问题,既可以验证题干准确性,又是灵活把公式逆用。教师在随堂练习和课下布置作业过程中,可以适当的布置公式逆用的题型,然后把公式逆用与正用结合起来,让学生做题完毕之后有豁然开朗、眼前一亮的感觉,真正享受到逆运算给心理带来的成就感。教师可以利用讲义、教案带动学生进行总结,比如在非特殊三角函数式的求值过程也会利用公式进行逆运算,对此,一般要将非特殊角转化成为特殊角的和、差,在转化时,可以运用诱导公式,把两角差的余弦公式的结构构造出来,最后逆用公式进行求值。三角函数的逆用是公式灵活掌握的重要组成部分,不断培养学生逆用公式,是培养学生逆向思维的一个

重要方向。

三、反证法的切入训练

反证法是数学证明过程中常用的一种方法,其论证思路是正难则反,即证明论证很难证明时,可以证明反面过程,通过用正确的逻辑论证反面过程出现矛盾,那么即达到预期效果。一般来讲,反证法的证明要经过四个步骤:第一是要以假设命题的结论不成立,那么反过来命题则成立。第二是要分析矛盾,以结论的反面为出发点,在正确推导的基础上,展示矛盾。第三要对假设的问题进行否定,基于前述正确的推导过程有矛盾,所以说明假设问题不成立。第四,肯定原命题正确。比如,用反证法证明:如果 $x > y > 0$,那么 $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ 。证明过程如下:假设 $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ 不成立,则 $\sqrt{x} \leq \sqrt{y}$,若 $\sqrt{x} = \sqrt{y}$,则 $x = y$,与已知 $x > y$ 矛盾,若 $\sqrt{x} < \sqrt{y}$,则 $x < y$ 与已知 $x > y$ 矛盾,故假设不成立,所以结论 $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ 成立。而建立科学的论证过程教师需要引领学生日常下苦功夫,练习逆命题和逆否命题,譬如:是/不是、存在/不存在、平行于/不平行于、垂直于/不垂直于、等于/不等于、都是/不都是……构建科学的论证思路,在做题和考试过程中才能从容不迫,用逆向思维来进行解题。

四、仔细审题勤于反思

数学学习与其他科目不同,当学生会一种解题技巧后,便会很容易找到成就感,因此容易滋生浮躁情绪。所以一部分学生在做题时会有连题都没有读完,就急于尝试进行解题。就考题来说,大多数的题型为基础题,学生只要审题仔细,不出错误,基础分数拿到不成问题。然而诸多学生担心考试时间紧张,在未做到全面审题的基础上就盲目尝试,以至于解题开始后发现思路不对,耽误了宝贵时间。所以教师在和平时学生的沟通过程中,不仅要关注解题技巧的内容,还应该关注学生的解题习惯。好的习惯往往可以成就学生,坏的习惯则不利于逆向思维的培养。而数学学习中一个大忌就是教会一道题后,学生死板教条,教师不教学生就不会。逆向思维与创新能力应用是相辅相成的,教师要鼓励学生自发探究,比如:基于 $2\pi - \alpha$ 与 α 的三角函数关系式有: $\sin(2\pi - \alpha) = -\sin\alpha$,逐步让学生自行推导 $\cos(2\pi - \alpha) = \cos\alpha$, $\tan(2\pi - \alpha) = -\tan\alpha$ 。通过鼓励学生大胆尝试,进一步增强学生记忆能力、创新能力和逆向思维能力。

结语

基于新课标背景下的课程改革必将更加看重学生的综合素养和核心意识,因此教师要更加注重课上课下对学生的逆向思维培养,注重学习效果,紧贴考试大纲,充分融合多种措施,教师在业余工作中也要及时转变教学思路,和学生一起探究问题,以学为用,考评一体,不断增强学生的逆向思维水平向更高水平跃升。

参考文献

- [1] 张忠豪. 探讨高中数学教学中逆向思维的培养策略[J]. 本科论坛电子杂志, 2020, (4): 652-653.
- [2] 郭亚美. 高中数学教学中逆向思维的培养策略[J]. 新课程, 2020, (33): 139.