

学习心理学助数学抽象润物无声

——函数概念教学反思

王飞

(临安中学 浙江 杭州 311300)

[摘要]现阶段核心素养引领着教育教学。其中数学抽象是核心素养的基本内容之一，是形成理性思维的重要基础，它不仅能反映了数学的本质，而且也时刻贯彻在数学的产生、发展、应用的过程中。可谓是“无抽象不数学”。数学学习心理学不仅能更好得认识学生数学学习的基本规律，也能更深刻得理解数学课程，教材规律，进而提高课堂教学效果，更好地促进学生核心素养得形成与发展。

[关键词]核心素养；学习心理学；函数概念；数学抽象

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6288.2021.03.1479

一、问题研究意义与价值

长期以来，我国中小学数学课程普遍存在过分关注学科自身体系及逻辑结构、忽视学生学习的心理特征及其身心发展状况的弊端。而从教育部在2016年9月13日颁布的《中国学生发展核心素养》定义中不难看出培养和发展学生的核心素养是我国进行立德树人的重要途径，而要培养怎样的人也作了说明和给出指导意见即不仅仅要教会学生学科知识而且要通过学习培养出品格和能力。因而作为素质教育实施者的一线教师必须对当代数学课程理解从“学科本位”变为“以学生发展为本”。因此在课堂教学中老师不仅仅只是考虑学科知识，更应该考虑如何让学科素养慢慢渗透，潜移默化，润物无声。笔者认为学习心理学作为学习过程的主要理论，用它来引导核心素养的培养及教学工作，必然是事半功倍。

二、案例简介

(一) 课题内容及背景

在一次区优质课评比中，多位优秀教师对人教A版《普高中课程标准实验教科书·数学1（必修）》“1.2.1函数概念”进行了同课异构课堂教学。老师们围绕函数概念开展了不同的教学尝试，做了很多的教学设计，在课堂上也是精彩纷呈，各有千秋。

(二) 函数概念教学的意义与困惑

中学数学教学《大纲》明确指出“正确理解数学概念是掌握数学知识的前提”。概念学习正是奥苏贝尔有意义学习的重要一类。甚至在加涅的代表作《学习的条件》提出的学习的八个层次中，概念学习，是规则学习和问题解决学习的先决条件。所以概念教学的效果如何直接会影响到学生后续知识的理解和掌握。

函数概念的高度抽象性不仅给学生带来了许多困惑，也为教师在教学中带来了不小的挑战。许多教师在日常教学中往往一带而过，草草了事，不经没能发挥其作用，反而起到困惑学生的副作用。笔者根据本次教师们的教学设计，结合学习心理学，对其中的一些主要困难进行剖析和研究，为概念教学，数学抽象素养的培养提供些想法。

三、课堂观察及教学设计分析

行为主义学派领袖斯金纳的操作性条件反射理论在教育教学中应用为“程序教学法”，其经典的教学模式“直线式程序”更是日常教学的模板。在这一流程里，教师把材料分成一系列练习的小步子，每一步一个项目，内容较少，系列安排由浅到深，由简到繁。按其原理本节多数教师在教学设计中都安排了：创设情景引入、教材实例剖析，归纳函数概念，概念应用、课堂小结。该教学流程符合课堂教学有效性，也遵循奥苏贝尔认为的接受学习为学生学习的主要方式。但是在细节设计，过程处理，内容挖掘等方面值得商榷。

(一) 关于创设情境，问题提出

在本次教学比赛中教师们在创设情境，课堂引入设计方面较典型的有下列三种。

设计1：问题一：初中学过哪些函数？ 问题二：初中是如何定义函数的？

设计2：实例：某城市的居民用水按照下列标准收费：月用水量不超过15吨时按照2元/吨的价格收费；超过15吨而不超过40吨部分，按照3元/吨的价格收费。如果小明家每月用水量 x 都不超过15吨，小明家的月水费单价为 y 元， y 是 x 的函数吗？

设计3：从“函数”说文解字：清代数学家李善兰在1859年翻译《代微积拾级》中首次将“function”译为“函数”其中译文为：“凡此变数中函彼变数者，则此为彼之函数”；这里的“函”是包含的意思，到“函数”温故知新：初中函数概念的回顾。

美国心理学家罗杰斯曾指出：“成功的教学依赖于一种和谐、安全的课堂氛围”因此好的课堂引入需具有营造良好的课堂心理氛围，调动学生学习情绪的作用。上述三种设计都能起到相应的作用，不同点在于“衣服”穿的件数不同。“设计1”开门见山，毫不掩饰。“设计2”一件小外套，一眼望穿。“设计3”正穿出行，颜值较高。区别在与“设计1”更直接更彻底能快速的诱导学生积极思考，启迪学生思维，在日常教学中较为常用，也较为高效。“设计2”沟通师生情感，形成积极的情感互动效应的方面都有所体现。“设计3”

富有趣味性和数学文化性的课堂引入往往能够收到先声夺人引人入胜，使学生产生旺盛的探究欲望和兴趣的效果。

良好的课堂引入对学生学习动机的激发和驱动力有很大的帮助。学习动机分内部动机（当动机源于个体和任务本身时）和外部动机（当动机源于个体和任务本身时）。情境教学就是为促进或增强外部动机而设定的。而兴趣是最好的动机。适当的课堂引入会给学生一个情境兴趣（是由环境中的一些东西诱发的，这些东西可能会很新颖、与众不同或者令人惊奇）。情境兴趣具有“引发”性：短时间的吸引你，但是你的注意力很快就将注意转移到其他地方，因此认知过程和学习都是有限的。因此课堂不应长时间的课堂引入。设计1、设计3符合条件，设计2相对有些冗长。其中设计3，含有数学文化背景，若平时上课能长期关注也能将情境兴趣达到“保持”起到很好的数学教育的效果。而且对数学概念教学和数学抽象的素养培养添加了“活”与“源”。

(二) 函数概念的习得与剖析

执教者不约而同的先引导学生回顾了初中的函数概念（变量说）并进行一定的剖析，接着教师引导学生对教材实例①炮弹飞行高度问题②臭氧层空洞问题，③恩格尔系数问题进行了分析与辨析，并归纳出函数高中概念（集合说）。教学设计主线上这节课都很合理，符合学习的最近发展区。知识并不是自动获得的，而是学习者建构起自身的理解而形成的。因此在组织教学活动时，必须使学生的思想在原有的知识一步步受到充分的挑战，以使学生们能建构起新的知识。

该环节为本节课的重点及难点。教师的引导设计、讲解直接影响学生的学习效果。在学生课堂表现及教师反思中，以下几点困难和困惑值得研讨和反思。

(1) 学生不能以独立的语言说出初中函数的概念。

分析主要问题有两方面。一方面，学习间隔时间比较长，

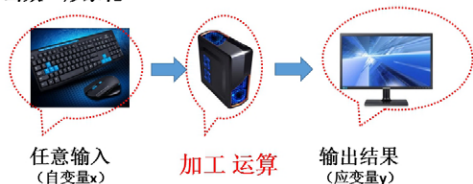
出现遗忘。若学生在初中学习过程中没把函数概念转化为长时记忆，学生会很快遗忘，即使已经转化为长时记忆了，在记忆提取时出现提取缓慢也属于正常现象。教师只要做只字片语的提示如：“有两个变量x, y”，“唯一”，唤醒学生的记忆即可，也可以让学生课前自主复习初中函数概念，甚至老师可以直接给出定义。同样在概念教学中也应该强调核心语句，增强短时记忆，及时不定期回顾将短时记忆转化为长时记忆。即使是长时记忆的提取也是一个搜索记忆内容的过程，一次一个“位置”，直到被找到。记忆提取常常也是一个建构的过程，用特定方式描述事件会提高学习者在未来的情景中以同样的方式回忆此事的可能性。关键点还是课堂和学习过程中如何有效记忆。

其次学生初中时就没有真正理解函数概念，对抽象语句“如果对于x的每一个值，y都有唯一的值与它对应，则称x是自变量，y是x的函数”没有同化（将外界元素整合到自己正在形成或已经形成的结构之内）没同化哪能提取，更别提能力应用了。解决该问题是后续学习高中函数概念的前提，因为两个概念本质相同。对于初中函数抽象概念的剖析，教师可以从两个层次取让学生重新建构，或巩固已有结构。

第一层：加强刺激。概念是思维的产物，在思维领域，概念用来反映思维对象特有属性或本质属性。教师可以合理设问激发思维活动。如：“该概念中你认为的关键词组有哪些，说说理由。”既有指向性，又具有开放性的提问不仅能调动课堂气氛，更能引导学生积极思考，打开知识同化的通道。

第二层：具化抽象概念。通过前面的设问及学生思考，学生对函数概念的关键点有了较明确的认识，为了强化概念的回忆。教师可以尝试多维度的阐述概念（如一般与特殊（初中所学的一次函数，二次函数，反比例函数），也可以建模成熟事物如：计算机模型

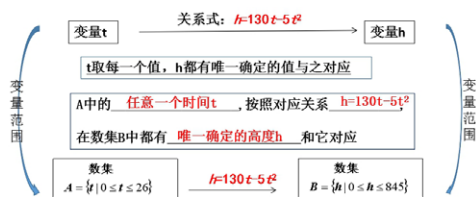
“函数”形象化:



不仅形象直观的把抽象概念具体化，而且三个部件与后续学习得函数三要素对应相关，潜移默化。

(2) 教材实例的挖掘与应用

美国心理学家和教育家布鲁纳，是结构主义教育流派的代表人物之一。他和他的同事们总结出数学学习的四个原理1. 建构原理2. 符号原理3. 比较和变式原理4. 关联原理。对初中函数抽象概念的回顾与剖析可以理解为完成了建构原理，那么书本的三个实例就是进行符号原理（应当用螺旋式的方法来建构数学中的符号体系）操作的材料。所以教师应明确三个实例首要



时间(年)	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
恩格尔系数(%)	53.8	52.9	50.1	49.9	49.9	48.6	46.4	44.5	41.9	39.2	37.9

$A = \{1991, 1992, 1993, 1994, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999, 2000, 2001\}$

$B = \{53.8, 52.9, 50.1, 49.9, 48.6, 46.4, 44.5, 41.9, 39.2, 37.9\}$

仿照实例(1)(2),

试描述上表中恩格尔系数和时间(年)的关系。

作用：通过具体实例经进一步将初中函数概念 数学化，形式化，符号化从而形成更一般的，更精确、精炼的高中函数概念，完成抽象——具体——再抽象的螺旋升华。

所以在处理上可采用分离——建构的方式。如：

实例1：一枚炮弹发射后，经过26秒落到底面击中目标炮弹的射高为845米，且炮弹距离底面高度h随时间变化的规律是 $h = 130t - 5t^2$ 。

实例2：“八五”计划以来我国城镇居民恩格尔系数变化情况

同样根据巴甫洛夫的经典条件反射原理通过实例1，实例23的多次的刺激及条件反射，学生自然的能将初中概念净化成高中概念，只需要老师总结陈词。

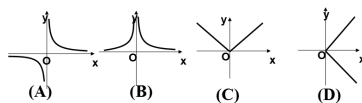
(3) 概念细节的阐述

比较是帮助学生直观地学习数学概念、提高其抽象水平的最有效的方式之一。教师可以通过比较初高中概念的不同，点明函数三要素（定义域，值域，对应关系），比较y与f(x)的区别，甚至可以外延出同一函数，及值域与集合B的关系。通过不同的比较和思维冲击来巩固抽象概念的理解，这一环节也是符合布鲁纳的“比较和变式原理”

(4) 函数概念的应用

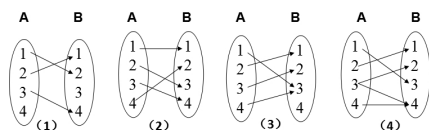
数学概念的学习就是要从认清概念的内涵和它的外延，从心理学角度看，就是学会对一类（函数概念）刺激做出同样的反应。所以课堂练习的设计首要目标是对函数概念的再辨析。各位执教对课堂练习作了精心安排。其中一组如下。

1) 下列图象中不能作为函数y=f(x)的图象的是()



2) 关系式 $y = 1, x \in R$ 中，变量y是x的函数吗？

3) 下列四种对应，判断是不是从集合A到集合B的函数



设计目的：从不同角度（题1：函数图像角度，题2：函数解析式，题3. 函数定义）来辨析函数概念。从学习心理角度，更是由简到难，由表及里层层深入的一组题。众所周知量变是质变的前提条件，质变是量变的必然结果。所以通过不同角度不同程度反复的强化学生对函数概念的理解和沉浸体验，很有必要，最终在概念学习中会“化蛹成蝶”，在概念同化和顺应之间实现平衡。

四、写在最后

从逻辑学角度，数学概念的学习就是要认清概念的内涵和外延。从心理学角度看，就是学会对一类刺激做出同样的反应，最后能让学生习得知识，培养能力。提升素养才是课堂的终极的目标，所以在备课和课堂设计中不仅仅只是一维教学主线（明线）对课堂知识了解、学习到掌握；还应该备好心理发展过程和学习心理规律这条线（暗线）；甚至是数学核心素养在教学过程中如何体现和渗透这条线（内线）。努力使得“三线合一”才是我们要追求的目标。结合学生的学习心理学，让核心素养润物无声。

参考文献:

[1] 孔凡哲. 曾峰. 数学学习心理学[M]. 北京: 北京大学出版社.
 [2] 简妮. 爱丽丝. 奥姆罗德. 学习心理学[M]. 北京: 中国人民大学出版社.
 [3] 吴增生. 合理设计抽象活动 发展数学抽象能力[J] 中国数学教育2017年(3).