

浅谈中职数学建模中分段函数模型的解决方法

秦志平

(来凤县中等职业技术学校 湖北 恩施 445700)

[摘要] 数学建模是培养学生数学六大核心素养中非常重要的一项, 分段函数又是数学建模中综合性较强的一种模型, 为了更好的培养学生分析问题、解决问题的能力, 从实际出发, 构建模型, 掌握分段函数模型的解决办法。

[关键词] 数学建模; 分段函数模型

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6288.2021.03.036

一、数学建模的重要性与意义以及分段函数的地位与作用

1、数学建模的重要性与意义

数学建模是对实际问题本质属性通过简洁刻画的数学符号、数学公式、图形等进行抽象, 它的灵魂是数学运用。中职数学建模的意义, 让学生建立理论联系实际的思想, 培养学生分析与解决实际问题的能力, 调动学生学习的主动性与创造性。

2、分段函数的地位与作用

分段函数模型是高中数学建模中很重要也很特殊的一种函数, 也是函数中综合性比较强的一部分。它主要解决生活中的实际问题, 与我们生活息息相关。如生活中的话费问题、出租车费用问题、阶梯电费和电费问题、养老保险问题等等, 都需要我们用到分段函数知识来解决。

二、如何建立正确的分段函数模型呢

下面探讨下求解分段函数模型的常见思路和方法。先从一个具体问题入手:

例题: 为鼓励居民节约用水, 某自来水公司对全市用户采用分段计费的方式计算水费, 收费标准如下: 不超过10吨的部分每吨2.2元; 超过10吨不超

过18吨的部分每吨2.8元; 超过18吨的部分每吨3.2元。

(1) 建立居民应交水费 y 元与用水量 x 吨之间的函数关系。

(2) 某户居民4月份用水16吨, 应交水费多少元?

(3) 若有一户居民5月份水费57.2元, 请问该用户5月份用水多少吨? 先看学生的错解:

$$(1) y = \begin{cases} 2.2x, 0 \leq x < 10 \\ 2.8x, 10 < x \leq 18 \\ 3.2x, x > 18 \end{cases}$$

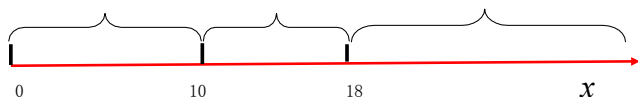
(2) $2.8 \times 16 = 44.8$ 元 (3) $3.2x = 57.2$, $x = 17.8$ 吨

分析: 本题属于数学模型中的分段函数模型, 学生首先分段函数解析式错误, 没有正确理解超过部分的涵义。要正确解决这种题型关键是把握定义域, 抽象出数学函数。建立等量关系, 得出函数解析式。注意: 建立的模型时要符合实际。

解析:

(1) 首先要快速提出有效信息, 准确找出题干中的条件。方法: 利用思维导图找出题目中的关键信息, 简明扼要, 便于理清思路。

2.2元/吨超过部分2.8元/吨超过部分3.2元/吨



其次由第一步的思维导图分析清楚函数的定义域, 函数分成了几段, 再在此基础上讨论建立函数模型。本题分成了三种情况来讨论:

①当 $0 \leq x \leq 10$ 时, $y = 2.2x$

②当 $10 < x \leq 18$ 时, $y = 2.2 \times 10 + 2.8 \times (x - 10) = 2.8x - 6$

③当 $x > 18$ 时, $y = 2.2 \times 10 + 2.8 \times (18 - 10) + 3.2 \times (x - 18)$, 故 $y = 3.2x - 13.2$

$$\text{综合①②③函数解析式: } y = \begin{cases} 2.2x, 0 \leq x \leq 10 \\ 2.8x - 6, 10 < x \leq 18 \\ 3.2x - 13.2, x > 18 \end{cases}$$

④本题的第二问考查的是分段函数求值的问题, 当 $x = 16$ 时对应的函数值。观察函数定义域范围, 发现符合分段函数中的第二段。故 $y = 2.8 \times 16 - 6 = 38.8$ 元

⑤本题的第三问考查的是分段函数中知道函数值求对应自变量 x 值的问题。分析: 当 $0 \leq x \leq 10$ 时, $y = 2.2x$, 函数值范围: $0 \leq y \leq 22$, 不符合要求

当 $10 < x \leq 18$ 时, $y = 2.8x - 6$, 函数值范围: $22 \leq y \leq 44.4$, 不符合要求

当 $x > 18$ 时, $y = 3.2x - 13.2$, 函数值范围: $y > 44.4$, $y = 57.2$ 在此范围符合要求, 故令 $3.2x - 13.2 = 57.2$, $x = 22$ 吨

通过上题我们发现, 数学建模对于中职学生是比较困难的, 对于综合性较强的分段函数就更不容易了。为了帮助学生更好的完成此类数学模型, 现将简单步骤归纳为: 一“提”二“析”三“建”四“解”。

一“提”: 根据题意, 将已知条件利用思维导图提出来, 简化题干。用数学语言、符号把问题清晰的表示出来, 这一步对学生来说, 是比较难的一步。

二“析”: 利用已学的数学知识, 公式等分析问题。分段函数的关键是定义域, 所以在弄清楚了定义域分成几段后再一段一段的分析。在这里分析时候可以用“顺推法”(由已知条件推导出问题的结论), 也可以

用“逆向推倒法”(由问题入手, 需要什么条件, 再对应求出对应的值)

三“建”: 根据第二步分析, 建立合适的等量关系。上题用的等量关系: 总费用=单价 \times 总数量, 常见的等量关系需要在平时数学学习中积累。

四“解”: 由第三步的分析得出分段函数的解析式, 由此分段函数模型的建立就完成。注意: 定义域要符合实际问题。

参考文献

[1] 《技能高考·中职数学高考考点大通关》闫静、郭爱香等主编, 南京出版社

[2] 《数学建模》姜启元、谢金星、叶俊编等主编

[3] 《数学建模案例集》, 杨启帆, 高等教育出版社