

数形结合思想在高中数学教学中的应用

李显正

(黑龙江省哈尔滨市宾县第三中学 黑龙江 哈尔滨 150400)

[摘要]新课标指出:要掌握基础的数学知识与技能,并了解其中蕴含的数学思想方法及其作用。毋庸置疑,“数”与“形”是数学课程中的基本构成要素与研究对象,而数形结合作为一种将两者有机融合的思想方法,自然需要受到足够的重视。掌握数形结合方法,不但有利于促进数学问题的解决,而且能锻炼学生的思维能力,这对于学生的长远发展无疑具有积极影响。为此,本文将具体阐述如何将数形结合思想应用于高中数学教学中。

[关键词]数形结合;高中数学;教学策略

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6288.2021.03.1266

乔治·波利亚认为:中学数学教学的根本目的是帮助年轻人学会思考。而为了在数学课程中提高学生的思考效率,关键在于渗透数学思想方法。只有掌握数学思想,才能帮助学生准确理解数学研究对象最本质的内容。在这样的背景下,数形结合作为一种重要的数学思想,无疑在数学课程中发挥出了巨大的作用,尤其是能够展现数学知识独有的魅力。因此,在高中数学教学中应该坚定地融入数形结合思想,以此来逐步促进教学活动的优化。这样一来,有利于逐步达到更加理想的教学效果。

一、数形结合在集合问题中的应用

在集合问题中,通常会涉及到概念的理解和运算知识的应用,若直接从符号和语言的角度理解问题,必然难以厘清其本质,从而造成解题的失误。而在处理集合中的补、并、交等运算类的问题时,可以将数轴、文氏图、较为简单的函数图像用于其中。这样一来,能够将文字所表示的集合问题的本质特征,以一种直观的形式呈现出来,从而使问题得到更加灵活地解决。

如:在集合I中,有M和N两个非空真子集,同时,M与N是两个不相等的集合,如果 $N \cap \complement_I M = \Phi$,那么 $M \cup N$ 是_____。通过分析,可以发现直接计算是比较麻烦的,而文氏图的合理使用则可以使解题的过程更为清晰。根据问题条件可以用文氏图作出表示出M、N、I这三个集合的关系。由于 $N \cap \complement_I M = \Phi$,所以 $N \subseteq M$ 。又因为M与N是不相等的集合,所以 $N \subsetneq M$,所以这个问题的结果是M。再比如这样一个问题:全集U是一个实数集,且集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$,集合 $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$ 。那么 $A \cap (\complement_U B)$ 的结果是_____。解决这种集合问题最有效的工具就是数轴。首先可以用数轴表示出 $\complement_U B$ 的部分,然后再表示出A集合的部分,而其相交的部分就是这个问题的结果。从数轴中可以比较直观地发现,两者相交的部分为 $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$ 。

二、数形结合在函数知识中的应用

函数同样是一种可以体现出数形结合优势的重要知识类型。从本质特征来看,函数实际上表示的是一种数量关系,而函数图像这种“形”则为研究其数量关系提供了直观性的工具。毋庸置疑,函数是高中阶段的数学难点,并且融入于数学学习的始终。图像和表达式是函数当中的两种不同的表现形式,但其反映出的实质却是相同的。而这两者之间有时需要进行转化。

比如这样一个问题:如果 $0 < a < b < 1$,那么以下不等式

当中哪项是正确的() A. $b^a < b^b$ B. $a^a < a^b$ C. $b^b < a^b$ D. $a^a < b^a$ 。
这是一种用字母来表示的问题,在这样的问题当中,可以将字母视为一个具体的值,并将其表示的图像画出来。具体到这个问题当中,可以将a设为1/3,将b设为2/3,这样就可以将这个问题变成将两个指数函数的关系的问题。根据问题首先可以画出 $f(x) = (1/3)^x$ 和 $g(x) = (2/3)^x$ 的图像,通过直接观察,可以发现 $f(x)$ 与 $g(x)$ 均是减函数,所以首先可以将A和B这两个选项排除。通过对图像的进一步分析,可以发现当 $x=a=1/3$ 或者 $x=b=2/3$ 时,全都有 $a^x < b^x$,所以C选项也可以排除。不难发现,函数图像的构造能够直观表现出不同函数之间的位置关系,再结合函数的基本性质,就能够在一定程度上避免涉及复杂的计算步骤。

三、数形结合在解析几何中的应用

在华罗庚的认知中,将解析几何视为“数形结合的宠儿”。解析几何的产生使得数形结合孕育出了新的操作方法。这种方法的出现,不但为解析几何知识的学习开拓了新的思路,而且为几何知识的学习注入了活力,添加了新的内容。

比如这样一个问题,在抛物线 $y^2=4x$ 上有一点P,当P点到Q(2, -1)的距离和P点到抛物线焦点距离的和为最小值的时候,P点的坐标是多少?根据问题作出图像之后,通过分析可以发现P点到焦点的距离与P点到准线的距离相等,所以问题就变成了P点到抛物线准线的距离和P点到Q点的距离之和,由于Q点在抛物线的内部,所以为了使距离之和取得最小值,结合抛物线定义需要使P点到Q点的距离与P点到抛物线准线的距离之和最小,即 $PQ \perp$ 准线时可取最小值,则P点坐标是(1/4, -1)。

综上所述,在高中数学课程当中,数形结合方法具有十分广泛的应用价值。因此,教师应该不断探索这种思想方法与不同类型数学知识之间的联系,并有意识地将其融入于日常的教学活动当中。相对于常规的学习方法,数形结合思想可以帮助学生更加深入地理解数学知识的本质特征,从而切实提高学生的数学学习能力。

参考文献

- [1]张茜.高中数学中的数形结合思想研究[D].黑龙江:哈尔滨师范大学,2019.
- [2]阿热依·巴扎尔别克.数形结合方法在高中数学教学中的实施[J].中外交流,2019,26(25):150.