

例谈高中数学教学中函数的对称性教学

曹婷婷

(河北省张家口市宣化第四中学 河北 张家口 075111)

[摘要]高中数学是一门具有较高抽象性的基础学科,其不仅对于学生来说具有较大的学习难度,对于教师的有效教学来说,也存在一定的障碍。尤其是在高中函数知识点的教学中,函数是高中数学中最为重要的组成部分之一,其也是历年高考考查的重点内容之一,因此加大对高中数学函数教学的相关研究,对提升高中数学课堂教学效果有着重要作用。结合实例对高中数学教学中函数的对称性教学情况进行研究。

[关键词]函数对称性;轴对称;周期函数

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6288.2021.05.1779

高中数学是一门具有较高抽象性的基础学科,其不仅对于学生来说具有较大的学习难度,对于教师的有效教学来说,也存在一定的障碍。尤其是在高中函数知识点的教学中,由于函数的概念相对较为抽象,其对学生抽象思维能力的要求较高,因而当前有相当一部分学生在函数知识点学习中存在较大的障碍,所以加大对其教学的研究,对有效提升高中函数教学效果,有着积极意义。下文将结合实例对高中数学教学中函数的对称性教学情况进行研究。

一、高中数学函数对称性分类

(一) 函数图象的自对称

在高中数学函数专题中,关于函数的对称性的种类中,函数图象的自对称是其中一种主要的对称形式之一。如其中的奇函数和偶函数,前者关于原点对称,后者关于y轴对称,就是十分典型的一种函数图象自对称形式。同时在三角函数 $y=\sin x$ 中,其对称轴是 $x=k\pi$,其对称中心是点 $(k\pi, 0)$;在反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 中,其对称直线是 $y=x$;在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中,其对称轴是 $x=-\frac{b}{2a}$,这些函数其图象都属于自对称类型。

(二) 函数图象间的对称

在高中数学函数专题中,关于函数的对称性的种类中,函数图象间的对称,也是其中一种主要的对称形式。如在函数 $y=-f(x)$ 和函数 $y=f(x)$ 的图象中,两个函数图象就是关于x轴对称,同时两个函数图象其另外一个对称轴是y轴。此外,这两个函数还关于原点坐标对称。再如函数 $y=f(x)$,与函数 $y=2a-f(x)$ 其图象之间,是关于直线 $y=a$ 相对称的。函数图象间的对称关系,在高中数学函数教学中,也是教学重点及难点之一。

二、高中数学教学中函数的对称性教学研究

在高中函数对称性知识点教学过程中,其主要存在的对称关系有两种,一种是函数图象的自对称,另一种就是函数图象间的对称。其中函数的自身对称性,是高中数学阶段的教学重点及教学难点。关于函数的自身对称性,主要包含以下几个相关定理及推论:定理一:“函数 $y=f(x)$ 的图象关于点A (x_1, y_1) 对称的充要条件是 $f(2x_1-x)+f(x)=2y_1$ ”,由此得到的推论是“函数 $y=f(x)$ 关于原点对称的充要条件是 $f(-x)+f(x)=0$ ”。该定理的具体证明过程如下:首先证明其充分性。在函数 $y=f(x)$ 中,其中一个点的坐标为 (x_i, y_i) ,根据函数表达式,可以得到 $y=f(x_i)$,又由于 $f(x)+f(2x_i-x)=2y_i$,所以可以得到 $f(x_i)+f(2x_i-x_i)=2y_i$,将该方程式进行适当转换,可得到 $2y_i-y_i=f(2x_i-x_i)$ 。由此

可证明点 $(2x_i-x_i, 2y_i-y_i)$ 同样是函数图象上的一个点的坐标,同时点Q与点Q'是关于点A (x_i, y_i) 相对称的,由此其充分性即可以获得证明。必要性的证明。假设函数 $y=f(x)$ 中,存在一点Q (x, y) ,由于点Q (x, y) 关于点A (x_i, y_i) 相对称的另一点Q $(2x_i-x, 2y_i-y)$ 也在该函数曲线上,因此可以得到 $2y_i-y=f(2x_i-x)$,将其进行适当转化,可得到 $2y_i=f(2x_i-x)+y$ 。由此定理一的必要性就可以得到证明。

根据定理一及其推论,可得到关于函数对称性的第二个定理,即定理二:①如果函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=a$ 成轴对称图形,且同时关于点A (x_1, y_1) 成中心对称图形,且 $a \neq x_1$,那么,函数 $y=f(x)$ 是一个周期函数,一个周期是 $4|x_1-a|$;②如果函数 $y=f(x)$ 的图象既关于点A (x_1, y_1) 成中心对称,又关于点B (x_2, y_1) 成中心对称且 $(x_1 \neq x_2)$,那么函数 $y=f(x)$ 是一个周期函数,一个周期是 $2|x_1-x_2|$;③如果函数 $y=f(x)$ 的图象既关于直线 $x=x_1$ 成轴对称,又关于直线 $x=x_2$ 成轴对称且 $(x_1 \neq x_2)$,那么函数 $y=f(x)$ 是一个周期函数,一个周期是 $2|x_1-x_2|$ 。

以下将以实例对函数对称性的教学情况实施研究。如题目“定义在R上的函数为非常数函数,此函数满足:当 $x=10-x$ 时为偶函数,且 $f(5+x)=f(5-x)$,那么 $f(x)$ 肯定是?”根据题目给出的已知条件,及函数对称性的相关定理可知,由于 $x=10-x$ 时,其是偶函数,所以可推出 $f(10+x)=f(10-x)$,由此可说明 $x=5$ 是该函数的对称轴以外,其另外一条对称轴是 $x=10$ 。到此可判断该函数是周期为10的周期函数,同时由于 $x=0$ 也是该函数的一条对称轴,因此可以得到该函数除了是周期函数外,还是一个偶函数,因此该函数是一个周期为10的偶函数。因此在解答函数题目,进行函数教学时,要注重对函数对称性知识点的教学,使学生学会用函数的对称性去优化函数问题的解题步骤,提升高中数学的教学效果。

由此可以看出,高中数学函数的对称性教学,对于优化函数题目的解题效率,提升高中数学的教学效果,提升学生数学的学习效果,以及培养学生良好的数学解题思维方法等,有着重要作用,因此,加大对高中数学教学中函数的对称性教学研究,有着深远意义。

参考文献

- [1]温福云.高中数学教学中函数的对称性教学分析[J].都市家教(下半月),2014,(7).272-272.
- [2]王联华.高中数学教学中函数的对称性教学研究[J].成功(教育版),2013,(2).44