

基于单元教学设计的课时教学研究

——以“任意角的三角函数”为例

李艳

(河北井陘县第一中学, 河北 石家庄 050300)

[摘要]文章首先介绍了单元教学设计理论, 基于此理论分析了三角函数教学诸要素及其关系, 紧接着展示了“任意角的三角函数”教学设计。本教学设计以章节引言中的问题出发, 让学生了解知识发生的背景, 通过特殊到一般的数学思想方法进一步建构模型并分析模型, 在此过程中培养学生的数学建模素养。

[关键词]高中数学; 单元教学设计; 任意角三角函数

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6288.2021.06.2299

教师在开展“任意角的三角函数”课堂教学时, 首先要站在单元教学设计的角度理解教材, 分析教材各小节之间的内在联系; 其次在进行具体课时教学时, 站在单元的高度引入是本节教学的出发点, 深刻理解教材的“规定”是本节教学的突破点, 模型的建立和理解是本节教学的终结点。

一、基于单元教学设计理念的三角函数教学要素分析

三角函数是描述周期现象的数学模型, 也是一种基本初等函数, 在数学内部的学习中具有重要的作用。在生产实际当中, 三角函数也是一种重要的工具, 是沟通数学与外部世界的桥梁。在本单元学习中, 让学生深刻体会发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的过程是教学的重要目标, 也是培养学生建模素养的重要途径。教材首先在引言中介绍了本单元研究的背景, 即从自然界中的周期现象(日出日落, 寒来暑往等)出发, 提出与周期现象相关的周期运动如何用数学模型刻画的问题。因此, 本章的核心问题是建立怎样的数学模型来描述周期现象, 围绕这一问题, 教材先对圆周上的点进行一些数学上的抽象即点的表示(图1): 进而发散出一系列自然的问题, 罗列如下:

问题1: 点P在圆周上作周而复始的运动时, 其所转过的角度 α 的大小还能否用初中所学角的大小(00-360)来度量, 见图1-1;

问题2: 点P在圆周上作周而复始的运动时, 所转过的弧长 l 随着旋转角 α 的变化而变化, 如何刻画这两者之间的关系即如何刻画 r, l 与 α 的关系, 见图1-1、图1-2;

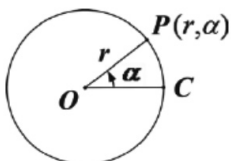


图1-1

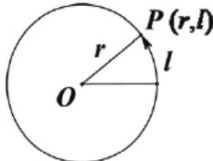


图1-2

问题3: 点P在圆周上运动时, 角 α 的大小也随之在变化, 并且点P定而角 α 定, 反之亦然, 如何用数学模型深刻刻画点P(x, y)随角 α 的变化关系, 即如何刻画(x, y)与(r, α)的关系? 见图1-3。

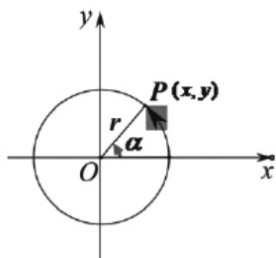


图1-3

问题1和2是学习问题3的基础, 问题3是本章的核心问题, 也是本文重点思考探讨的问题。问题3的解决标志着刻画周期现象的数学模型的建立, 也是后续研究模型性质的一个根本, 因此本课时“任意角的三角函数”在整个单元教学中具有承上启下

的作用。本文主要研究的是如何站在单元教学设计的角度有效地引导学生建立任意角的三角函数模型, 并写成教学设计。

二、基于单元教学理念的任意角三角函数教学设计

(一) 重温引言, 提出问题

在学习章节引言中, 我们提出了三个问题, 问题1、2产生了推广初中所学角为任意角和学习弧度制的概念的需要, 教师在这节课带领着学生试着解决上述问题3。

(二) 复习旧知, 由浅入深分析问题

当角 α 为任意角时, 我们还不清楚(x, y)与(r, α)的关系, 锐角是我们所熟知的角, 我们可以先研究当角 α 为锐角时, x, y, r, α 四者的关系。

师: 在初中我们研究过直角三角形中的边角关系, 请问同学们, 我们可以怎样刻画它们的关系?

生: 可以用勾股定理, 锐角三角函数值(正弦, 余弦, 正切值)来刻画(回顾初中锐角三角函数值定义)。师: 能否用锐角三角函数值来描述 x, y, r, α 四者的关系呢? 若可以, 应该怎么描述? 生: 构造直角三角形。

师: 图形构建好以后, 如何用锐角三角函数值表示 x, y, r, α 四者关系:

生:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{y}{r}; \\ \cos \alpha &= \frac{x}{r}; \quad (\text{其 } r = \sqrt{x^2 + y^2} > 0) \\ \tan \alpha &= \frac{y}{x}. \end{aligned}$$

师: 锐角三角函数确实可以刻画 x, y, r, α 四者关系, 那么, 一旦锐角 α 给定, 上述比值是否唯一(引导学生探究说明)?

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{y'}{r'};$$

由三角形相似可知: $\cos \alpha = \frac{x}{r} = \frac{x'}{r'}; (\text{其 } r=r' > 0)$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{y'}{x'}.$$

上述数学等式表明了角 α 三角函数值与终边上的取点无关, 一旦锐角 α 确定, 它的正弦, 余弦, 正切值也都唯一确定, 因而它们都是以角 α 为自变量的函数。

(三) 回归核心, 建立模型; 分析模型, 解决问题; 反思与小结

通过本节的学习, 问题3得到了解决, 即可以用任意角的三角函数模型来刻画圆周上的点的运动, 在此过程中, 我们体会了特殊到一般的数学思想, 经历了从分析问题到解决问题的一个过程, 培养了学生的建模素养。

三、关于教学设计的思考

在建立任意角的三角函数模型的过程中, 我们先从大家熟悉的锐角三角函数出发研究点P与角 α 的关系, 进而过渡到一般情形并进行分析验证, 跳出了教材所说的“规定”, 使得新知识的产生自然顺畅, 学生理解起来也比较容易, 所以本节的宗旨是教师在设计课时教学时可以站在单元的高度去设计教学, 整合各小节的内容, 形成一定的单元主题, 避免陷入为教而教的地步。

参考文献

[1]程连敏, 甄强. 高中数学单元教学设计的着手点、着眼点和着力点[J]. 中国数学教育: 高中版(沈阳), 2018. 3. 11-14.