

谈数形结合在高中数学中的应用技巧

马红艳

(宁夏吴忠市同心县豫海回民中学 宁夏 吴忠 751300)

[摘要]高中新的学习理念方法要求教师应以进一步培育和提升学生数学核心素养为目标,引导学生掌握一些关键的数学思维方法,将看似抽象且难以理解的数学问题形象化。在方法的讲授和运用时,教师要注重学生个体情况的差异,结合题目实际给出多元解决方案,锻炼学生的创新和发散思维,同时让学生对于每个章节的知识重点有更加全面系统的认识。

[关键词]高中数学;数形结合;应用

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6288.2021.07.351

一、高中数学教学中开展数形结合应用技巧的价值

进入高中阶段数学学习后,知识内容更加呈现体系化、层次化和抽象化特征。高中数学知识更加抽象,很多公式定理都是由符号、字母或者其他形式做了代替,高度的凝练和简洁,直观性的内容少之又少,这就让很多从初中刚刚进入高一的同学感到学习难度的上升。特别是一些在初中基础较为薄弱的同学,突然接触到理解层次要求较高的数学知识,心中难免会打退堂鼓;而对于前期基础较为扎实,学习情况良好的学生,如果一时不能转换思维,数学学习很可能中途受挫,影响其后续的积极性,学生的学习兴趣就会大打折扣,很不利于在以后长期的学习中建立足够的应对能力。在高一阶段的数学教学中会涉及不等式的基础知识,而不等式、曲线方程、二次函数等内容是高中数学课程中比较抽象、难度较大的知识点,单一的理论学习对于学生的逻辑、归纳、转换能力要求都很高,老师这时就应当将数学核心素养中关键的数形结合思想应用到实际教学过程中,能够把一些数字、字母等代号公式通过较为直观的几何图形和函数图像向同学们展示,让他们更容易判断出变量之间的关系,从而找到解题的突破口,降低了题目的破解难度;而更重要的是为学生找到了一种可以应对当前学习困境的有效方法,极大地增强了其学习信心。在运用该方法的过程中,还有很多技巧,如果运用得当,能够减少大量的运算,非常奇妙,这对于青春期的高中生来说,既迎合了他们的求知欲,也能提升他们的学习兴趣。

在兴趣提升方面,老师既要注重方法的讲授,也要关注课堂氛围的创建,通过较为活跃的课堂氛围来吸引学生,把单一的“老师讲课学生听课”转换为相互的交流与探讨,以此增强学生的主动性,激发他们的学习动力。以高中一年级数学A册中的二次函数内容为例,结合例题来看,设 $f(a)$ 是一个二次函数,当 $a=2$ 的时候, $f(a)$ 存在最小值。求 a^2 系数对应的取值范围。这道题可以运用二次函数的定理来解答,也可以结合图形进行判断。因为二次函数存在最小值,那么根据图形的形状,很容易确定其是开口向上的抛物线,那么其值的范围就可以瞬间锁定。可见,及时运用图形与函数对应的方法,可以让更加容易理解的图形“说话”,对于一些需要大量计算而最后只需要做大概的定性判断的问题,使用这种方法能够简化较多的计算过程,缩短运算时间,极大地提升解题的效率,更能够

培养学生善于创新和灵活处理问题的习惯,增强他们的破题和简化运算能力。

二、数形结合方法的应用形式简析

(一) 根据数量条件创设图形

这在很多不等式的计算中应用很大,把简单的一元一次不等式用数轴来表示,同时反映了一个区间,又能和集合的知识联系起来。一方面,教师运用图形可以把题目的重点更加形象直观地表达出来;另一方面,学生也可以更容易理解。比如,现在有两个不等式, $X+8>6$ 和 $X-7<9$,经验丰富的人很容易得到取值范围是 $-2<X<16$;而对于初学者来说,可以利用一次函数图像把两个临界值都标出来,相交的区域就是 x 的取值区间。这个题目非常简单,只是让学生形成数形结合方法应用的意识,而后在难度较大的题目上可以一显身手。

(二) 结合图形判断数量关系

图形的特点是易于观察,较为形象,容易理解,不过在高中数学教材中,很多图形是较为繁杂的,有些图形还含有很多隐藏的信息,学生一时难以察觉。这时就要灵活使用数形结合的方法,让图形转换为数字语言,把隐匿的关键信息显示出来,让学生可以准确地找到题目的切入点。我们仍以高一数学A册的二次函数为例,假设有函数 $f(t)=t^2-2at+2$,当 t 的取值区间为 $[-1, +\infty]$ 时, $f(t)>a$ 是永远成立的,则要求出 a 的取值范围。对于这类题目来说,图形可以画出,但是根据已知条件难以对图形中的具体特征和数值进行归类确认,但最后还是回归到传统的数学计算当中。所以,我们就要根据图形演示背后的数量关系,列出关系式,通过代数运算的相应法则进行运算,继而求出答案。解答这类题目的关键在于未知数的代换和方程的消元与合并,因此教师要针对重点内容对学生进行详细的讲解。

(三) 数形相互转化结合应用

某些数学问题的计算环节较多,程序也相对复杂,单纯依靠简单的某种数形转化方式是很难解决根源性问题的,这就需要对该方法进行一个综合性的运用,让数和形之间反复转换,有机结合,达到综合运用目的。这种方法多在三角函数和复杂数轴问题上加以应用。结合具体题目来看,如高一数学中提到二次函数的知识时,有这样一道题目:当曲线 $y^2=1-x^2$, $y>0$,和 $y=k(x-2)+4$ 交会于两个点,这时问 k 的取值区间是多

少。该题目就要综合使用数形之间相互转换的方法。具体的解题思维路径如下，根据第一个曲线方程，我们容易知道它的函数图形是一个半圆形，那么第二个函数是一个一次函数，它的截距不为零，肯定恒定经过一个点，让 $x=0$ 时， $y=4$ ，即坐标 $(2, 4)$ ，这时就再根据函数的图像判定取值区间，为 (K, ∞) 。从上题来看，数形结合的方法不能局限于简单的由数到形或者由形到数，而是在不同特定条件下的相互转换，掌握好该方法，学生可以更加快速精准地把握题意，找出合适的解题路径，同时在题目作答之后，可以运用此方法作为答案验证检查的辅助措施，帮助学生快速检查题目答案，提高做题的准确率。

三、实际教学中数形结合法的技巧应用要点

(一) 从学习观念意识入手逐渐提高方法运用的敏感度

数形结合方法运用是核心数学素养中的必备能力，而素养培育的关键在于意识的培养。因此，教师在实际的教学中，要重点关注学生思维观念的转换和思路的启发，只有学生主动思考，才能给后来的方法正确使用做好铺垫。在课堂教学中，老师要首先制定好相应的教学计划，把数形结合方法列为一项专题内容或者是与其他的知识点讲解相互融合，同时设定相应的教学情境，激发学生的学习兴趣。确定具体的教学环节普及相关的数形结合方法的思想 and 用法，可以通过一些典型问题入手，让学生先行思考，组织学生集中讨论，看是否可以找出更加有效简便的方法，让同学积极发言，老师做好总结点评，对于已经探索出数形结合方法的学生要积极鼓励指导，完善其思路方法；对其他学生可以让他们充分思考后给出提示，这样学生就有恍然大悟的感觉，也能感受到数学学习的奇妙性所在，对于以后数形结合方法的学习兴趣也会提升。

(二) 紧扣教材核心，挖掘数形结合方法应用的亮点

在当前的教材体系中，人教版的高中数学教材在很多内容上都体现出了数形结合的思想。特别是在高一A册的教材中，对于集合、不等式、一元二次函数、指数、幂函数、三角函数等均有所体现。因此，教师就要结合教材的知识点，深度挖掘其中的数形结合的方法内涵和亮点，让该阶段的学生能够熟练地掌握这一种典型的数学解题思维，并且可以灵活运用。在教学过程中，老师也要避免另一极端，即学生把数形结合当成“万能神药”，把所有难以解答的题目都生搬硬套该方法，这样容易造成邯郸学步的尴尬局面。教师应让同学们认识到除了数形结合方法外，假设法、赋值法、特殊值法、极限法等都是数学解题的好的思路和方法，要根据题目的实际考查点进行合理选择；同时要让学生意识到数形结合的关键是背后的数学思维的塑造，而不是简单把方法照搬照抄。在教材题目的归类挖掘中，教师之间也要相互协作，利用教学研讨会、公开课等方式加强交流。

(三) 注重方法思维渗透，引导学生熟练运用

教师在讲授时，应当重点突出数形结合方法的优势和亮

点，以及应用的先决条件。比如，题目已知的条件或者后续的问题十分抽象，难以通过相应的方法转换成简单易懂的数量关系，这时可以考虑使用该方法，让其变得更为直观，画面感和代入感也更强。又如，在不等式问题的研究上，很多一元一次不等式都可以转换为直角坐标系内的几条直线的交点和内外部区域确定的问题，这样就大大地简化了关系式变形的步骤，更容易快速得出答案。以人教版教材数学为例，在不等式内容中有如下例题：设有向线段AB的起点A和终点Q的坐标分别是A $(-1, 1)$ ，B $(2, 2)$ 。加入有直线 $a: x+py+q=0$ 和之前的线段有交点，问实数p的取值区间是多少。这是一道几何问题，也可以转换为简单的不等式求解。思路如下：把a的直线方程化为函数式， $y+1=-\frac{1}{p}(x-0)$ ，那么可以看出这条直线恒经过点c，同时这个直线的斜率是 $-\frac{1}{p}$ ，当该条线和另一条直线相交时，通过图形函数容易看出，当直线和AB相平行的时候，A直线的斜率最小，当穿过c点时，斜率最大，而1只能在该区间内活动，即 $k_{ac}<k_a<k_{cb}$ ，最后运算得出 $-3<m<-\frac{1}{4}$ 。此题也可以变形让学生自己独立思考。

(四) 通过示意图来帮助学生提高审题能力

狭义的数形结合一般指的是一种数学思想广泛应用于解题中。我们认为，数形结合思想可以渗透数学学习和教学的每一个细微处，未必都已“高、大、上”的姿态出现。比如，由题意画出示意图，示意图是最为原始的画图，使得问题可以最直观地呈现出来，也是数形结合的一种基本表现形式。通过画图来辅助抽象问题的转化，把问题逐渐转换成示意图，从而更好地借助图形帮助学生审题，明朗数量关系。尤其在解决数学建模问题时，学生能将文字语言准确转化为数学语言成为解题的关键。在教学过程中，教师可以引导学生画出示意图，并且引导学生从不同的方向进行示意图的观察，得出多样化的求解方法，突破学生的思维局限性。教师利用示意图帮助学生审清题意，可以更好地引导思路的流畅性。

结束语

综上所述，高中数学中的数形结合方法是破解一些层次较多、直接计算困难较大的数学题时使用的一种较为实用的方法，它对于解题效率提升、解题思维开阔、解题正确率提升都有着极大的促进作用，同时可以帮助学生树立学习数学的自信心，提高学习的主动性，激发学习兴趣。教师在教学中应注重技巧的运用，结合实际情况，合理运用，从而达到预期的教学目标。

参考文献

- [1]戴玉娟. 试析高中数学教学中数形结合法的运用[J]. 新课程(中学), 2015(5): 139.
- [2]杜路敏. 浅析高中数学教学中数形结合思想的运用和实施[J]. 学周刊, 2013(22): 141.