

小学数学教学中关于模型思想的思考

——以《植树问题》一课为例

李晓川

云南省玉溪市红塔区洛河乡把者岱小学

[摘要]《义务教育数学课程标准(2011年版)》中明确的新增了“模型思想”这个重要的概念,简单来说就是通过构建数学模型来解决实际问题。文章以笔者在植树问题一课的实际教学中,让学生经过感知模型、构建模型和应用模型三个环节,循序渐进的引导学生找出其中的模型思想,应用找到的模型思想来解决生活中常见的相关数学问题。以期培养学生的建模能力,提高学生的思维拓展能力。

[关键词]模型思想;线段图;点与段

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6288.2021.09.1959

在日常的教学中,老师们总是给学生总结出植树问题三种类型的计算公式,然后在此基础上机械式的做题强化,但是这样的方式却并没有收到预期的效果。在具体的题目当中让学生分析清楚蕴含的模型思想,反而达到了更好的教学效果。这就说明这类问题的核心是学生对题目的理解,而不是对公式的直接套用。如果学生对公式不理解,即使记住了公式也是没有用的。植树问题为学生搭建了一个解决实际问题的数学模型,在建立这个模型的过程中让学生体会和逐步掌握数学建模思想,也同时让学生感悟到用数学模型求解问题所产生的便捷。

一、初步感知模型,启发学生思考

生活中的大量数学问题,都具有类似的模型思想。可以通过身边的具体事物直观的让学生先进行观察,再进行思考。生活中的间隔现象随处可见,学生见过但没有深入探究过,可以把学生的手指作为教学素材,让学生先知晓间隔,间隔数和间距这三个概念,同时能找出手指数与间隔数之间存在的规律。初步感受到数学模型的存在,在教学中循循善诱,通过取材于生活的例子,引起学生对植树问题模型探索的乐趣。

(一)明确间隔,间隔数和间距的含义

我们每个人都有一双多功能的手,不仅会写会算会画画,它还有很多数学奥秘。请同学们伸出一只手,先伸直再张开,会看到手指中间的空隙,这种空间用数学语言来说就叫做“间隔”,学生数出有几个间隔,它的数量叫做“间隔数”。慢慢地并拢,再张开,并拢时手指间的距离在缩短,张开的过程中,手指间的距离在增加,说明间隔是有长度的,我们把间隔的长度叫做“间距”。这个过程后,学生经历了把抽象的问题到具体化,逐步的加深了对这三个概念的理解。

(二)找出手指数与间隔数的规律,激起学生探索兴趣

通过抢答的方式,让学生说出不同的手指数对应的间隔数。大部分学生会不由自主的发现规律:手指数比间隔数多1。顺势让学生从身边找出存在间隔现象的例子,如:餐厅的桌子之间,大厦的楼层间,路边的树之间。我们把存在间隔现象的数学问题,叫做“植树问题”。

二、提供生活案例,简化学生自主建立模型过程

数学问题的灵魂是其中体现出来的数学思想,五年级学生提取数学思想的能力相对还比较低。因此,以生活中经

常看到的数学问题作为案例来探究植树问题模型。“植树问题”一课教学的重要目标是学生在经历构建模型的过程后,不应该只是找到公式符号,还要能体验数形结合、代繁为简、一一对应等重要的数学思想方法,从而慢慢的理解植树问题模型思想的实质是点与段的关系问题。借助简单的线段图引导学生自主构建模型,学生能容易的体会其中的模型思想。

(一)分析题意,猜测结果

植树节来了,同学们要在100米长的小路一旁栽树,每隔5米栽一棵(两端都栽),请问一共需要栽多少棵树?先分析题意中,可知:路长是100米,间距为5米,属于植树问题中两端都栽的类型,让学生大胆的猜测棵数。此时学生在前面已经找出手指数和间隔数的关系,会不由自主大胆地说出不同的棵数。

(二)小组合作探究,发现规律

1.运用线段图来建立模型

在答题纸纸上画出一条线段来表示100米长的小路,我们从线段最左边的端点开始栽上一棵树,然后每隔5米栽一棵树,一直到线段的最右端100米处栽上最后一棵树,这样一棵一棵地栽到100米,显得非常的麻烦。我们可以用化繁为简的思想从简单的问题着手,先在短距离的路上栽树。我们可以先选择在20米,30米,40米长的路上栽树,每隔5米栽一棵,看一看分别可以栽几棵树。在完成表格这个过程中引导学生发现间隔数的算法:间隔数=路程÷间距,以便学生画图。透过数据,观察棵数与间隔数的关系。(在端点上用线条来表示树,线段长1cm,代表间距5m)

路长(米)	间距(米)	间隔数(个)	棵数(棵)
20	5	4	5
30	5	6	7
40	5	8	9

2.理解点与段相对应关系,构建植树问题模型

(1)手指与间隔数的对应

伸出一根手指,根据间隔的定义只有两个事物间才有间隔,所以只伸出一根手指时,不存在间隔,所以间隔数就是0。以此类推,无论是左手还是右手都会发现指数要比间隔数多1,学生此刻直观的体会到了一一对应的思想。

(2)点与段的对应关系

学生先在纸的左边画一个“点”接着画一条“线段”,

根据要达到的长度重复下去，学生会不由自主的发现点数要比段数多1。再细心的观察表格数据，自然而然得出了在两端都栽情况下棵数与间隔数之间的规律，即：棵数=间隔数+1。结合线段图，清楚地使学生理解端点数总是比间隔数多1。使用数形结合的方法，在增添学生学习乐趣的同时，植树中棵数和间隔数之间的关系也随之迎刃而解。学生较之前能更加深刻的体会到一一对应思想，即一个“点”对应着一条“线段”，这时，学生深入的领会到了植树问题的模型思想实质：点与段的对应关系，点数就是棵数，段数就是间隔数。



(3) 自主探索“只栽一端”，“两端都不栽”的植树问题模型

学生已经探索出“两端都栽”这类植树问题的基本结构模型：棵数始终比间隔数多1。通过线段图的方式在一定程度上理解了植树问题模型思想。放手让学生自主的推出“只栽一端”植树问题类型中：棵数刚好等于间隔数，“封闭式图形”也属于这一类植树问题模型，“两端都不栽”植树问题类型中：棵数比间隔数少1。

三、提取和应用模型思想，升华学生思维水平

数学来源于生活也要服务于生活，模型思想作为小学数学当中的重要概念，在实际生活中应用也比较广泛。让学生理解并运用模型思想解决一些我们身边简单的实际问题，不仅可以提高他们运用数学方法解决问题的能力，同时还可以使他们体会到数学模型思想的奇妙之处，渐渐的提高学生步步紧扣、严谨的思维能力，养成举一反三的迁移能力。使学生感受到数学就在我们身边，从而使学生深刻感受到数学的应用价值，生活中运用到植树问题模型思想的例子数不胜数，列举了以下五个例子。

(一) 路灯问题

某城市施工队计划在全长300米的道路两边安装路灯，每两盏路灯之间相距10米，一共需要安装多少盏路灯？（两端要安）

分析：先算出300米里面有几个10米，得到了间隔数，两端都安，盏数等于间隔数加1，可以算出一侧安装路灯的盏数，进而求出两侧安装路灯的盏数。

(二) 排队问题

同学们进行训练，第一行从第一人到最后一个人的长度是24米，每两人之间相距2米，第一行有多少人？

分析：学生排队肯定首尾相连，属于两端都在栽树的植树问题模型，先用总长来除以间距求出间隔数，再用间隔数加以1，就能求出每行学生的人数。

(三) 爬楼问题

小明的爷爷从一楼走到三楼用了4分钟，照这样的速度，他从一楼到五楼要用多少时间？

分析：在爬楼梯问题中，最重要的一点为1楼不用爬，因此需要去爬的相当于楼层与楼层之间的间隔，间隔数比楼层数少1。从一楼走到三楼有2个楼层，即2个间隔，可算出1个间隔用的时间；从一楼走到五楼一共走了4个楼层，有3个间隔，再乘以1个间隔所用时间就得到结果。

(四) 锯木问题

木材加工厂李师傅把一根木料锯成6段，一共需要30分

钟，如果将这根木料锯成8段需要多少分钟？

分析：锯木头的次数就是间隔，而次数比段数少1。把一根木料锯成6段要锯5次，那么锯一次用的时间要6分钟，锯成8段要锯7次，乘以锯一次用的时间即可得解。

(五) 敲钟问题

墙上的挂钟4：00时敲4下，6秒敲完，12：00敲12下，要用多少时间敲完？

分析：本题要注意敲钟间隔数加上1等于敲钟的次数，挂钟4：00时6秒敲完敲了4下，则敲4下需要3个间隔，每个间隔需要 $6 \div 3 = 2$ 秒，因此12点钟敲12下，就有11个间隔，敲完要用 $11 \times 2 = 22$ 秒。

通过生活中的许多事例让学生认识到虽然看上去跟植树问题毫不相干，但是只要认真观察和分析题中的数量关系，就会慢慢明白它与植树问题的数量关系很相似。生活中的“植树问题”现象随处可见，远不止以上五种，但是渗透的模型思维是一样的。学生运用模型解决问题，把数学化的东西又回归于生活，也让学生再一次体会数学与生活的密切联系。通过把植树问题的解题方法与生活中相似得的现象进行知识点的链接，找到相关的规律，既巩固了学生已学的模型思想，还提高了学生的模型思维迁移能力。

结语

综上所述，模型思想的灵魂在于透过问题表象特征找出本质所在。对于植树问题的探索，不单单要让学生通过画线段图、摆学具的方式自主探究、寻找，还要让学生不刨根问底，知其所以然。分两条线来进行植树问题的教学，第一条线以建设学生知识体系为线索，使学生对植树问题的认识经历了“生活现象——验证猜想——构建模型”不断数学模式化的过程，环环相扣地实现了由生活中的具体问题过渡到相应的“数学模型”，为后面上升到更抽象的数学深度奠定了基础。接着又让学生运用模型思想解决问题，把数学模式化的东西又回归于生活，也让学生再一次体会到数学与生活的密切联系。另一条线以渗透数学思想方法为线索，植树问题教学的目的不是单纯的让学生找到棵数与间隔数公式，而是能够理解植树问题模型思想。引发学生思考为什么公式成立，通过数形结合把棵数和间隔数转化为点与段的一一对应关系，透过公式看到植树问题模型的本质，在此过程中体会化繁为简的方法，从生活中问题情境着手，引导学生自主建立模型后，再抽取模型思想并非终结，需要再将精髓应用到生活中去。植树问题模型在生活中的例子比比皆是，举一反三的能力是学生思维水平的重要体现，运用植树问题的模型思想来解决类似的数学问题，能不断的提高学生的思维水平，同时能提高数学学习效率，让学生学起数学来更加轻松，游刃有余。

参考文献

- [1] 邹道亮. 浅谈小学数学模型教学“定模—建模—固模—破模”四步走操作模式的实践与思考[J]. 数学学习与研究, 2015, (6): 68-70.
- [2] 李森. 模型思想在小学数学教学中的渗透研究[D]. 山西大学, 2021.
- [3] 陈华忠. 让数学思想植根于数学课堂——以“植树问题”教学为例[J]. 教育科学论坛, 2014 (05): 29-30.